

# Laboratorio di Fisica

Esperienza: densità e fluidostatica  
– Liceo Massimo D’Azeglio di Torino –

**Descrizione** Esperienza di laboratorio di fisica per classi seconda liceo classico in cui lo studente effettua misure di densità ricorrendo a differenti metodi e applicando così le nozioni di fluidostatica insieme ai concetti fondamentali di incertezze e misure.

**Scopi dell’esperimento** Misurare la densità di un oggetto col metodo più accurato possibile.

**Strumenti e materiale:**

- dinamometro con supporto verticale
- oggetto di densità maggiore di quella dell’acqua con gancio
- bilancia di precisione
- becker e/o cilindro graduato

**Richiami teorici** La densità può essere facilmente misurata applicando la definizione come:  $d = m/V$ , ma le misure di massa e volume possono essere affette da errori sistematici o casuali e quindi portare ad un’incertezza non trascurabile sul valore di densità.

Si vuole tentare di effettuare la misura sfruttando la legge di Archimede, secondo la quale un oggetto immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l’alto pari al peso del volume spostato. La spinta (forza) di Archimede in modulo è quindi:

$$F_A = d_f V g \quad (1)$$

dove  $d_f$  è la densità del fluido in cui l’oggetto è immerso,  $g$  è l’accelerazione di gravità e  $V$  è il volume di fluido spostato.

Se si appende l’oggetto ad un dinamometro in aria, lo strumento misurerà la sua forza peso<sup>1</sup> ovvero:

$$F_p = m g = d_x V g \quad (2)$$

dove  $m$  è la massa dell’oggetto,  $d_x$  è la densità incognita dell’oggetto (ovvero il valore da determinare!).

Se l’oggetto appeso viene poi immerso in un becker pieno d’acqua, il dinamometro misurerà una forza peso apparente, il cui modulo è:

$$F' = F_p - F_A = V g (d_x - d_o) \quad (3)$$

Mettendo ora a sistema le equazioni 2 e 3:

$$\begin{cases} F_p = V g d_x \\ F' = V g (d_x - d_o) \end{cases} \quad (4)$$

e ricavando  $d_x$  in funzione delle uniche due grandezze misurate  $F_p$  e  $F'$ , si ottiene:

$$d_x = d_f \frac{1}{1 - \frac{F'}{F_p}} \quad (5)$$

che ci consente di determinare la densità dell’oggetto senza dover misurarne il volume e la massa.

---

<sup>1</sup>Si sta qui trascurando la spinta di Archimede dovuta al galleggiamento dell’aria. Sarebbe interessante calcolarne l’entità per capire se questa approssimazione sia o meno significativa per le incertezze del nostro esperimento.

Il dinamometro, tuttavia, potrebbe rivelarsi uno strumento poco accurato. Per sopperire a ciò, è possibile sfruttare una variante di questo sistema ricorrendo alla misura delle due forze attraverso la bilancia.

La forza peso dell'oggetto, infatti, è anche misurabile ponendolo su una bilancia di precisione. La forza di Archimede è misurabile ponendo il becker colmo d'acqua sulla bilancia con l'oggetto immerso. Per il terzo principio della dinamica, infatti, alla forza di Archimede sull'oggetto, corrisponderà una reazione uguale e contraria verso il basso che sarà percepita come forza peso aggiuntiva sul piatto della bilancia.

In tal caso, dalle due misure di "massa" si potrà avere il valore di densità secondo la seguente formula:

$$d_x = d_f \frac{1}{1 - \frac{m - m_A}{m}} \quad (6)$$

dove  $m_A$  sta per la massa del fluido spostato e quindi proporzionale alla spinta di Archimede misurata dalla bilancia. Ma attenzione, con semplici passaggi algebrici si trova la seguente formula molto più semplice:

$$d_x = d_f \frac{m}{m_A} \quad (7)$$

Si osservi che il valore potrebbe sembrare non dipendere dall'accelerazione di gravità, ma in realtà questa è implicitamente inclusa nel processo di misura della bilancia che, dovendo trasformare la misura di forza in valore di massa, è calibrata su un valore standard di  $g$ . Entrambe le procedure (dinamometro o massa) sarebbero comunque avulse da correzioni di gravità perché intrinsecamente indipendenti da essa.

### Svolgimento: presa dati

1. Descrivere gli strumenti utilizzati e per ognuno determinare sensibilità e portata.
2. Misurare 5 volte sulla bilancia la massa dell'oggetto  $m$ .
3. Misurare 5 volte (col metodo della variazione di livello di acqua) il volume dell'oggetto  $V$ .
4. Misurare 5 volte col dinamometro la forza peso  $F_p$  dell'oggetto.
5. Misurare 5 volte col dinamometro la forza peso apparente  $F'$  dell'oggetto immerso in acqua.
6. Misurare 5 volte con la bilancia la massa di fluido spostato  $m_A$  dopo aver fatto la tara di becker+acqua.
7. Compilare una tabella come la seguente; le ultime tre colonne saranno riempite durante la fase di analisi dati con valori medi, incertezze assolute e incertezze relative:

	1	2	3	4	5	$x$	$\Delta x$	$\Delta x/x$
$m$ [kg]	1,22	1,13	1,15	1,16	1,23	1,178	0,05	0,04
$V$ [cc]	1,22	1,13	1,15	1,16	1,23	1,178	0,05	0,04
$F_p$ [N]	1,22	1,13	1,15	1,16	1,23	1,178	0,05	0,04
$F'$ [N]	1,22	1,13	1,15	1,16	1,23	1,178	0,05	0,04
$m_A$ [kg]	1,22	1,13	1,15	1,16	1,23	1,178	0,05	0,04

### Svolgimento: analisi dati

1. Per ogni grandezza  $x_i$ , calcolare il valore medio  $x$ , l'incertezza assoluta  $\Delta x = (x_{max} - x_{min})/2$  e l'incertezza relativa  $\Delta x/x$ .
2. Calcolare i valori di densità usando la definizione, la formula 5 e la formula 7.
3. Calcolare per ogni valore l'incertezza assoluta.
4. Riportare tutti questi i valori in una tabella come quella seguente:

metodo	$d_x$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\Delta d_x$ [g/cm <sup>3</sup> ]
massa e volume	0,51	0,01
dinamometro	0,51	0,01
bilancia	0,51	0,01

5. Controllare che i valori siano accettabili nei limiti delle loro incertezze.
6. Trarre delle conclusioni sul confronto dei valori, sui valori di incertezza, sui possibili errori sistematici, casuali o accidentali commessi.

**Propagazione delle incertezze** Per quanto concerne la definizione e la formula 7 la propagazione dell'incertezza su  $d_x$  è abbastanza semplice perché si può ricorrere alla formula generale per le misure indirette ottenute come rapporto di due misure dirette:

$$z = \frac{x}{y} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \quad (8)$$

quindi nel nostro caso, per la definizione l'incertezza relativa sulla densità sarà data dalla somma delle incertezze relative su massa e volume. Per ottenere l'incertezza assoluta bisogna ancora moltiplicare per il valore di densità:

$$\Delta d_x = \left( \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V} \right) d_x \quad (9)$$

e analogamente per il metodo con le bilance:

$$\Delta d_x = \left( \frac{\Delta m_A}{m_A} + \frac{\Delta m}{m} \right) d_x \quad (10)$$

Per la formula 5 i calcoli sono più complessi e richiedono conoscenze universitarie in quanto sono necessarie le derivate parziali, infatti non si tratta di prodotti o rapporti tra misure dirette, ma reciproco di sottrazioni di rapporti. C'è però un trucco: possiamo calcolare  $F_A$  come  $F' - F_p$  e propagare l'incertezza che, essendo una sottrazione, sarà banalmente la somma delle incertezze assolute:

$$\Delta F_A = \Delta F' + \Delta F_p \quad (11)$$

e usare il valore  $F_A$  al posto di  $F'$ , semplificando i calcoli perché si ottiene una formula analoga alla 7:

$$d_x = d_f \frac{F_p}{F_A} \quad (12)$$

la cui incertezza può quindi essere calcolata come:

$$\Delta d_x = \left( \frac{\Delta F_A}{F_A} + \frac{\Delta F_p}{F_p} \right) d_x \quad (13)$$

Si osservi che tutto ciò porta non al valore esatto dell'incertezza, ma ad una sua stima. Il mestiere del fisico sperimentale consiste nel valutare se tale valore sia una stima per eccesso o per difetto dell'effettiva incertezza sperimentale, considerando ogni possibile sorgente di errori accaduti durante l'esperimento.